بسم الله الرحمن الرحيم

مجموعه سوالات حل مساله آزمون GMAT

گردآوری و ترجمه :

www.mba369.blogfa.com

Question 1

در يك مسابقه 4 نفره ، مدال ها به سه نفر از سريع ترين دونده ها داده مي شود . نفر اول مدال طلا ، نفر دوم مدال نقره و نفر سوم مدال برنز مي گيرد . در حالت مساوي ، به نفراتي كه مساوي هستند مدال هاي يك رنگ داده مي شود . (به طور مثال اگر دو نفر اول داشته باشيم ، به اين دو نفر مدال طلا داده مي شود و نفر بعد مدال نقره مي گيرد و مدال برنز هم به كسي داده نمي شود ، چون مدال ها تنها به سه نفر داده مي شود) . فرض كنيد دقيقا سه مدال داده شده است و برنده ها همراه با مدالهايشان حلقه پيروزي تشكيل داده اند ، تشكيل اين حلقه پيروزي به چند شكل متفاوت امكان پذير است ؟

1) 24
2) 52
3) 96
4) 144
5) 648

Answer 1

در ابتدا تركيب مدالهايي را كه مي توان به سه برنده داد را مشخص مي كنيم :

1) اگر مساوي نداشته باشيم سه مدال داده مي شود : طلا (G) ، نقره (S) و برنز (B)
2) اگر 2 مساوي داشته باشيم :
   - اگر دو نفر اول داشته باشيم ، مدال ها عبارتند از : طلا ، طلا ، نقره
   - اگر دو نفر دوم داشته باشيم ، مدال ها عبارتند از : طلا ، نقره ، نقره
   - نمي توانيم دو نفر سوم داشته باشيم چون دقيقا به سه نفر مدال داده مي شود .
3) اگر سه مساوي داشته باشيم :
   - اگر سه نفر اول داشته باشيم تركيب مدال ها عبارت است از : طلا ، طلا ، طلا
   - امكان ديگري در اين حالت وجود ندارد .

پس 4 تركيب امكان پذير است :

1) G , S , B   2) G , G , S   3) G , S , S   4) G , G , G

اكنون مي خواهيم مشخص كنيم كه چند روش متفاوت براي توزيع اين تركيبات وجود دارد . فرض مي كنيم چهار نفر A ، B ، C و D در مسابقه حضور دارند .

<u>تركيب 1</u> : طلا ، نقره ، برنز

مدال طلا	مدال نقره	مدال برنز
هر يك از چهار دونده مي توانند مدال طلا بگيرند	فقط سه نفر از دونده ها مي توانند مدال نقره بگيرند . چرا ؟ چون يكي از دونده ها قبلا مدال طلا گرفته است .	فقط دو دونده هستند كه مي توانند مدال برنز بگيرند ، چون دو نفر از دونده ها قبلا مدال هاي طلا و نقره گرفته اند .
4 امكان	**3 امكان**	**2 امكان**

بنابراين $4 \times 3 \times 2 = 24$ حلقه پيروزي متفاوت كه شامل مدال آوران طلا ، نقره و برنز است مي تواند تشكيل شود .

<u>تركيب 2</u> : طلا ، طلا ، برنز

با استفاده از استدلال مشابهي كه براي تركيب 1 آورديم ، مي توانيم نتيجه بگيريم كه 24 حلقه پيروزي كه شامل 2 مدال آور طلا و 1 مدال آور نقره است را مي توان تشكيل داد . اما مهم است بدانيد كه اين تعداد حلقه هاي پيروزي را بايد كاهش دهيد چون برخي از تركيبات مشابه را به جاي يك بار دو بار شمرده ايم .

براي روشن شدن اين مطلب يكي از 24 امكان را در نظر بگيريد :

A مدال طلا گرفته است ، B هم طلا و C نقره گرفته است .

توجه كنيد كه اين دقيقا مشابه حلقه پيروزي است كه در زير مي بينيد :

B مدال طلا گرفته است ، A هم طلا و C نقره گرفته است .

چون هر امكان شامل دو مدال طلا و يك نقره مشابه تنها يك حلقه پيروزي را تشكيل مي دهد ، بايد 24 حلقه پيروزي را نصف كرد ، در واقع تنها 12 حلقه پيروزي متفاوت و شامل دو مدال آور طلا و 1 مدال آور نقره وجود دارد . (دقت كنيد كه اين نگراني در مورد تركيب 1 بي مورد است چون به خاطر رنگ متفاوت هر سه مدال در آن تركيب كليه حلقه هاي پيروزي تشكيل شده متفاوت هستند .)

<u>تركيب 3</u> : طلا ، نقره ، نقره

با استفاده از استدلال مشابه تركيب 2 مي توان گفت : 12 امكان براي تشكيل حلقه هاي پيروزي متفاوت شامل 2 مدال آور نقره و 1 مدال آور طلا ايجاد كرد .

<u>تركيب 4</u> : طلا ، طلا ، طلا

در اينجا نيز 24 امكان براي تشكيل حلقه پيروزي وجود دارد . اما چون رنگ همه مدال ها يكي است ، پس ما هر حلقه پيروزي را چند بار شمرده ايم . چند بار ؟

يكي از 24 امكان به اين شكل است : A طلا ، B طلا ، C طلا .

توجه كنيد كه اين حلقه پيروزي دقيقا مشابه حلقه هاي زير است :

A طلا ، C طلا ، B طلا .
B طلا ، A طلا ، C طلا .
B طلا ، C طلا ، A طلا .
C طلا ، A طلا ، B طلا .
C طلا ، B طلا ، A طلا .

هر حلقه منحصر بفرد دقيقا 6 بار (!3 بار) شمرده شده است !. پس ما بايد 24 را بر 6 تقسيم كنيم تا تعداد حلقه هاي متفاوت را بيابيم . بنابراين $24 \div 6 = 4$ حلقه پيروزي متفاوت شامل 3 مدال آور طلا را مي توان تشكيل داد .

در پايان ، ما داريم :
24 حلقه GSB ، 12 حلقه GGS ، 12 حلقه GSS و 4 حلقه GGG .

بنابراين $24 + 12 + 12 + 4 = 52$ حلقه پيروزي متفاوت را مي توان تشكيل داد .

گزينه (2) صحيح است .

البته راه حل ارائه شده در بالا به صورت كيفي و شهودي براي درك بهتر شما و همچنين براي كساني است كه از پايه رياضياتي قوي برخوردار نيستند . اما مسئله فوق را با استفاده از مفهوم تركيبات و جايگشت مي توان به آساني حل كرد .

راه حل دوم

پس از مشخص كردن تركيب مدال ها ، تعداد حلقه هاي متفاوتي را كه براي هر تركيب مي توان تشكيل داد ، عبارت است از :

<u>تركيب 1</u> : طلا ، نقره ، برنز

براي اين تركيب سه جايگشت G ، S و B داريم .

G	S	B
C_1^4	C_1^3	C_1^2

$= 4 \times 3 \times 2 = 24$

بنابراين در اين حالت 24 حلقه متفاوت داريم .

<u>تركيب 2</u> : طلا ، طلا ، نقره

براي اين تركيب دو جايگشت G و S داريم .

G	S
C_2^4	C_1^2

بنابراين در اين حالت 12 حلقه متفاوت داريم .

<u>تركيب 3</u> : طلا ، نقره ، نقره

براي اين تركيب دو جايگشت G و S داريم .

G	S
C_1^4	C_2^3

بنابراين در اين حالت 12 حلقه متفاوت داريم .

<u>تركيب 4</u> : طلا ، طلا ، طلا

براي اين تركيب يك جايگشت G داريم .

G
C_3^4

بنابراين در اين حالت 4 حلقه متفاوت داريم .

پس $24 + 12 + 12 + 4 = 52$ حلقه پيروزي متفاوت را مي توان تشكيل داد .

ياد آوري مي كنيم كه :

$$\{C_r^n = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Question 2

$$\sqrt{24+5\sqrt{23}}+\sqrt{24-5\sqrt{23}}=?$$

1) 48
2) $\sqrt{24}$
3) 1
4) $5\sqrt{2}$
5) $24-25\sqrt{23}$

Answer 2

براي خلاص شدن از شر راديكال ها ابتدا عبارت را به توان 2 مي رسانيم ، البته بايد به ياد داشته باشيد كه در پايان ريشه دوم جواب بدست آمده پاسخ مسئله ماست :

$\sqrt{24+5\sqrt{23}}+\sqrt{24-5\sqrt{23}} \longrightarrow (\sqrt{24+5\sqrt{23}}+\sqrt{24-5\sqrt{23}})^2$.

توجه كنيد كه عبارت جديد به فرم $(x+y)^2$ است كه در آن $x=\sqrt{24+5\sqrt{23}}$ و $y=\sqrt{24-5\sqrt{23}}$.

مي دانيد كه $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$. اين اتحاد يكي از اتحادهاي مطلوب براي طراحان آزمون GMAT است .

برگرديم به عبارت خودمان :

$x^2=24+5\sqrt{23}$ ، $y^2=24-5\sqrt{23}$ و $2xy=2\left(\sqrt{24+5\sqrt{23}}\right)(\sqrt{24-5\sqrt{23}})$.

توجه كنيد كه عبارت x^2+y^2 به راحتي برابر با 48 مي شود ، تنها عبارت $2xy$ مي ماند كه بايد ساده كنيم .

براي ساده كردن $2\left(\sqrt{24+5\sqrt{23}}\right)(\sqrt{24-5\sqrt{23}})$ به ياد بياوريد كه : $(\sqrt{a})(\sqrt{b})=\sqrt{ab}$.

پس ، $2\left(\sqrt{24+5\sqrt{23}}\right)\left(\sqrt{24+5\sqrt{23}}\right)=2\sqrt{(24+5\sqrt{23})(24-5\sqrt{23})}$.

توجه كنيد كه عبارت زير راديكال به شكل اتحاد مزدوج يعني $(x-y)(x+y)$ است . به خاطر داريد كه : $(x-y)(x+y)=x^2-y^2$. اين اتحاد نيز يكي ديگر از اتحادهاي رياضي مطلوب براي طراحان آزمون GMAT است .

برگرديم به عبارت خودمان :

$$2\sqrt{(24+5\sqrt{23})(24-5\sqrt{23})}=2\sqrt{24^2-(5\sqrt{23})^2}=2\sqrt{24^2-(25)(23)}=2\sqrt{576-575}=2$$

در پايان داريم : $x^2+y^2+2xy=48+2=50$.

اما بايد به ياد داشته باشيد كه ما ريشه دوم جواب فوق را مي خواهيم : $\sqrt{50}=\sqrt{25\times 2}=5\sqrt{2}$.

بنابراين جواب صحيح گزينه (4) است .

Question 3

50% آپارتمان هاي يك ساختمان كف چوبي و پنجره دارند . در اين ساختمان 25% آپارتمان هاي بدون پنجره كف چوبي دارند . اگر 40% آپارتمان ها كف چوبي نداشته باشند ، چند درصد از آپارتمان هاي پنجره دار كف چوبي دارند .

1) 10%
2) $16\frac{2}{3}\%$
3) 40%
4) 50%
5) $83\frac{1}{3}\%$

Answer 3

اين مسئله شامل دو مجموعه است :
مجموعه اول : آپارتمان هاي با پنجره / آپارتمان هاي بدون پنجره
مجموعه دوم : آپارتمان هاي با كف چوبي / آپارتمان هاي بدون كف چوبي

آسانترين راه ساماندهي به مسائل دو مجموعه اي تشكيل ماتريسي مانند ماتريس زير است :

	با پنجره	بدون پنجره	كل
با كف چوبي			
بدون كف چوبي			
كل			

به دو دليل اين مسئله مشكل به نظر مي رسد . اول اينكه به جاي اعداد حقيقي از درصد استفاده كرده است و دوم اينكه بيان مسئله تا اندازه اي پيچيده است .

براي غلبه بر مشكل اول ، همه درصد ها را به اعداد حقيقي تبديل مي كنيم . براي انجام اين كار فرض مي كنيم كه كلا 100 آپارتمان در اين ساختمان وجود دارد . اين اولين عددي است كه ما مي توانيم در ماتريسمان قرار دهيم . تعداد كل آپارتمان ها در گوشه سمت راست ماتريسمان قرار مي گيرد . مانن شكل زير :

	با پنجره	بدون پنجره	كل
با كف چوبي			
بدون كف چوبي			
كل			**100**

براي غلبه بر مشكل پيچيدگي بيان مسئله ، هر قسمت از اطلاعات مسئله را جداگانه مي خوانيم و بر طبق آن ماتريسمان را پر مي كنيم .

اطلاعات 1 : **<u>50% آپارتمان هاي يك ساختمان كف چوبي و پنجره دارند .</u>** پس 50 آپارتمان از 100 آپارتمان هم پنجره دارند و هم كف چوبي . اين عدد را به ماتريسمان اضافه مي كنيم .

	با پنجره	بدون پنجره	كل
با كف چوبي	**50**		
بدون كف چوبي			
كل			100

اطلاعات 2 : **<u>در اين ساختمان 25% آپارتمان هاي بدون پنجره كف چوبي دارند .</u>** نكته ظريف و مهمي در اطلاعات 2 وجود دارد . اين اطلاعات به ما نمي گويد كه 25% همه آپارتمان ها ، پنجره ندارند و كف چوبي دارند ، بلكه مي گويد كه از آپارتمان هاي بدون پنجره ، 25% شان كف چوبي دارند . چون ما هنوز تعداد آپارتمان هاي بدون پنجره را نمي دانيم ، تعداد آپارتمان هاي بدون پنجره را x مي گيريم .

پس تعداد آپارتمان هاي بدون پنجره و داراي كف چوبي برابر *0.25x* است . اين اعداد را به ماتريس اضافه مي كنيم :

	با پنجره	بدون پنجره	كل
با كف چوبي	50	***0.25x***	
بدون كف چوبي			
كل		***x***	100

اطلاعات 3 : **<u>40% آپارتمان ها كف چوبي ندارند .</u>** پس 40 تا از كل 100 آپارتمان كف چوبي ندارند . اين عدد را در ماتريس جايگزين مي كنيم .

	با پنجره	بدون پنجره	كل
با كف چوبي	50	*0.25x*	
بدون كف چوبي			**40**
كل		*x*	100

قبل از جواب دادن به مسئله ، بايد ماتريس را كامل كنيم . خانه هاي سطر و ستون كل را مي توانيم پر كنيم . اول ، مي بينيم كه بايد كلا 60 آپارتمان با كف چوبي بايد داشته باشيم (چون *100=40+60*). با استفاده از اين اطلاعات ، مي توانيم *x* را با تشكيل معادله اي براي سطر اول ماتريس به دست آوريم :

$$50 + 0.25x = 60 \longrightarrow 0.25x = 10 \longrightarrow x = 40$$،

اكنون اين اعداد را در ماتريس قرار مي دهيم :

	با پنجره	بدون پنجره	كل
با كف چوبي	50	**10**	**60**
بدون كف چوبي			40
كل		**40**	100

در پايان ، ماتريس را كامل مي كنيم :

	با پنجره	بدون پنجره	كل
با كف چوبي	**50**	**10**	**60**
بدون كف چوبي	**10**	**30**	**40**
كل	**60**	**40**	**100**

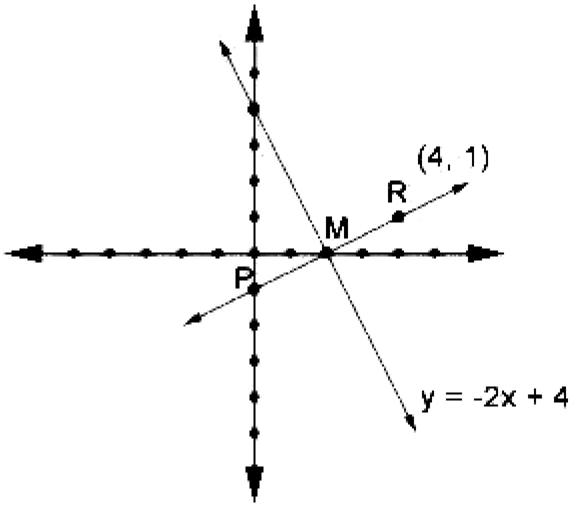
اكنون برمي گرديم به مسئله : چند درصد از آپارتمان هاي پنجره دار كف چوبي دارند .

باز هم توجه كنيد ، مسئله درصد كل آپارتمان هاي با پنجره و كف چوبي را از ما نمي خواهد ، بلكه درصد آپارتمان هاي پنجره داري كه كف چوبي دارند از ما مي پرسد . چون كلا 60 آپارتمان پنجره دار داريم و 50 تا از اينها كف چوبي دارند ، درصد را به شكل زير محاسبه مي كنيم :

$$\frac{50}{60} = 0.8\overline{3} = 83\tfrac{1}{3}\%$$،

پس ، گزينه (5) صحيح است .

Question 4



خطي كه توسط معادله *y=4-2x* نمايش داده شده است ، عمود منصف *پاره خط RP است . اگر مختصات نقطه R* ، (4,1) باشد ، مختصات نقطه *P* كدام است ؟

1) (- 4 , 1)
2) (-2 , 2)
3) (0 , 1)
4) (0 , -1)
5) (2 , 0)

Answer 4

در ابتدا معادله خط *y=4-2x* را به صورت استاندارد *y=-2x+4* مي نويسيم . در معادله خط به فرم استاندارد *y=mx+b* ، *m* شيب و *b* عرض از مبدا است . پس شيب خط ما 2- است .

طبق تعريف اگر خط G با شيب m و خط F با شيب m′ بر هم عمود باشند ، آنگاه $m \times m' = -1$.

چون گفته شده كه خط y=-2x+4 عمود منصف پاره خط RP است پس شيب پاره خط RP بايد $\frac{1}{2}$ باشد.

اكنون ما مي دانيم شيب خطي كه شامل پاره خط RP مي شود $\frac{1}{2}$ است اما عرض از مبدا را نمي دانيم ما مي توانيم معادله اين خط را به شكل $y = \frac{1}{2}x + b$ بنويسيم كه در آن b عرض از مبدا است .

براي به دست آوردن b ما مي توانيم از اطلاعاتي كه در مورد نقطه R به ما داده شده است استفاده كنيم . چون (4,1) R يك نقطه از اين خط است ، ما مي توانيم در معادله بالا به جاي x ، 4 و به جاي y عدد 1 قرار دهيم :

$y = \frac{1}{2}x + b \longrightarrow 1 = \frac{1}{2}(4) + b \longrightarrow b = -1$،

الان ما مي توانيم معادله كامل خطي را كه شامل پاره خط RP است را بنويسيم : $y = \frac{1}{2}x - 1$.

ما همچنين معادله عمود منصف اين خط را هم داريم : $y = -2x + 4$ ، براي تعيين نقطه M كه محل تقاطع اين دو خط است ، معادله اين دو خط را مساوي هم قرار مي دهيم :

$\frac{1}{2}x - 1 = -2x + 4 \rightarrow \frac{5}{2}x = 5 \rightarrow x = 2$،

پس مختصه x نقطه M برابر 2 است . با گذاشتن این مقدار در یکي از دو معادله مختصه y نقطه M نیز به دست مي آید :

$$y = -2x + 4 \rightarrow y = -2(2) + 4 = 0،$$

پس خط عمود منصف ، پاره خط RP را در نقطه M به مختصات (2,0) قطع مي کند . چون نقطه M روي منصف پاره خط RP قرار دارد ، M نقطه وسط پاره خط RP است .

مي دانیم که اگر $M(x_m, y_m)$ نقطه وسط پاره خطي با مختصات انتهایي (x_1, y_1) و (x_2, y_2) باشد ، آنگاه داریم :

$$\{x_m = \frac{x_1+x_2}{2} \quad , \quad y_m = \frac{y_1+y_2}{2}$$

با قرار دادن مختصات R و M که معلومند در معادلات فوق ، مي توان مختصات نقطه انتهایي P را به شکل زیر به دست آورد :

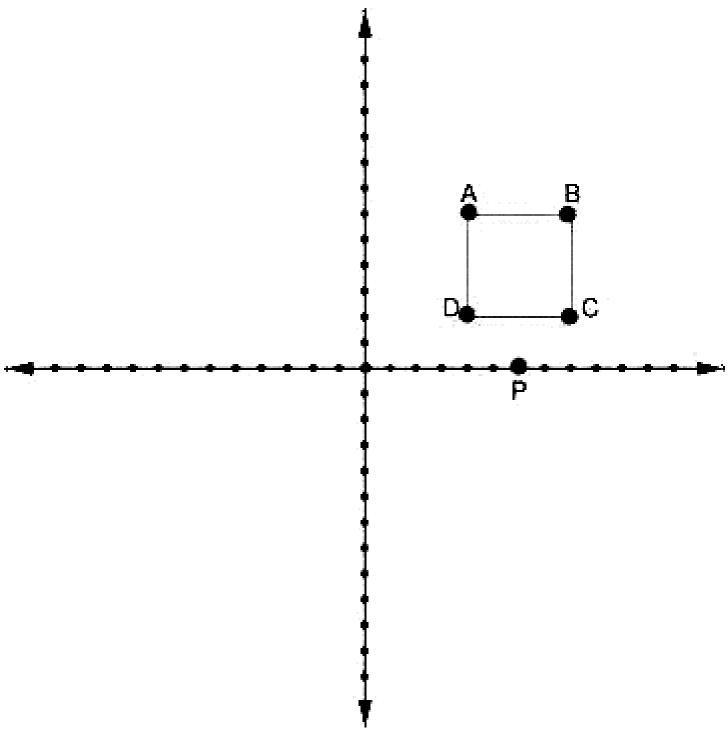
$$x_m = \frac{x_R+x_P}{2} \rightarrow 2 = \frac{4+x_P}{2} \rightarrow 4 = 4 + x_P \rightarrow x_P = 0،$$

$$y_m = \frac{y_R+y_P}{2} \rightarrow 0 = \frac{1+y_P}{2} \rightarrow 1 + y_P = 0 \rightarrow y_P = -1،$$

بنابراین مختصات نقطه P عبارت است از : (0,-1) .

گزینه (4) صحیح است .

Question 5



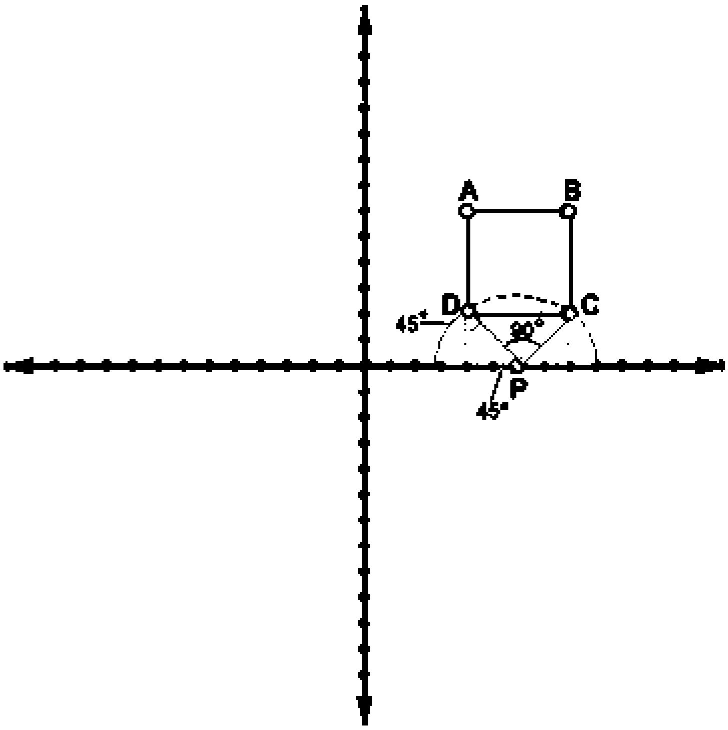
یك برنامه کامپیوتري به صورت رندوم خطوطي با معادله به فرم y=mx+b تولید مي کند ، در شکل فوق احتمال اینکه خطوط تولید شده توسط برنامه از شکل ABCD عبور نکنند چقدر است ؟

1) ¾
2) 3/5
3) ½
4) 2/5
5) ¼

Answer 5

بهترين روش حل مسائل گول زننده اي شبيه اين عبارت است از : تجزيه مسئله به قسمت هاي تشكيل دهنده اش ، حل هر قسمت و در پايان تركيب اين حل ها براي رسيدن به پاسخ نهايي مسئله . مسئله بالا شروع شده است با يك صفحه مختصات و چهار نقطه (A,B,C,D) كه وقتي به هم متصل مي شوند شكل مربع پيدا مي كنند . در پايين مربع روي محور x ها نقطه P قرار گرفته است . سپس از شما خواسته شده مشخص كنيد اگر خطي به صورت رندوم كشيده شود و از نقطه P عبور كند با چه احتمالي از درون مربع ABCD عبور نمي كند . در هر مسئله احتمال ، اولين چيزي كه شما نياز داريد تعيين تعداد كل حالات ممكن رخداد است . در اين مورد تعداد كل حالات ممكن برابر است با تعداد خطوطي كه از نقطه P عبور مي كنند . مي دانيد كه از يك نقطه بي نهايت خط عبور مي كند ، اما ما نمي توانيم از بي نهايت به عنوان مخرج كسر احتمال استفاده كنيم . پس چه بايد كرد ؟

در اينجا بايد فكر خلاقانه داشته باشيد . ابتدا شما نياز داريد ناحيه محدودي را مشخص كنيد كه خطوطي كه از نقطه P و مربع ABCD مي گذرند در آن ناحيه قرار داشته باشند . اگر اين ناحيه وجود نداشت پس لزوما احتمال ما 0 يا 1 است . نمودار مسئله خيلي مي تواند به شما كمك كند . هر خطي كه از نقطه P و مربع ABCD عبور مي كند از ناحيه مثلثي شكل PDC مي گذرد (شكل زير را ببينيد) . مثلث PDC يك مثلث قائم الزاويه متساوي الساقين است زيرا اگر از نقاط C و D خطوطي را بر محور x ها عمود كنيم دو مثلث قائم الزاويه متساوي الساقين ساخته مي شود با زاويه 45 درجه در هر طرف P . و با توجه به اين قاعده كه مجموع زوايا در امتداد يك خط راست 180 درجه است ، پس زاويه DPC ، 90 درجه است . اگر يك نيم دايره به مركز P رسم كنيد مي بينيد كه نسبت خطوطي كه از نقطه P و مربع ABCD مي گذرند به كل خطوطي كه از نقطه P مي گذرد معادل است با نسبت مساحت قطاع DPC به كل مساحت نيم دايره يعني ½ . پس ½ از كل خطوطي كه از نقطه P مي گذرند از مربع ABCD نيز عبور مي كنند .



گزينه (3) صحيح است .

Question 6

سازمان دهندگان يك نمايشگاه هفتگي ، 5 نگهبان را استخدام كرده اند تا شب ها از امكانات نمايشگاه محافظت كنند . مقرر شده است در هر شب نمايشگاه دقيقا 2 نگهبان داشته باشد و هيچ نگهباني دو شب متوالي نگهباني ندهد . اگر نمايشگاه از روز دوشنبه شروع شود ، براي نگهباني در روز يكشنبه چند تركيب دو تايي متفاوت از نگهبان ها را مي توان انتخاب كرد ؟

1) 9
2) 7
3) 5
4) 3
5) 2

Answer 6

اين مسئله آنقدر كه به نظر مي رسد مشكل نيست . مهمترين اقدام براي حل اين گونه مسائل مشخص كردن الگوي تكرار است .

در ابتدا ، ما 5 نگهبان داريم (اجازه بدهيد آنها را a,b,c,d,e بناميم) كه بايد آنها را در دسته هاي دو تايي تقسيم كنيم . اما از يك مجموعه با 5 عضو مستقل چند زير مجموعه دو عضوي مي توان ساخت ؟

از فرمول تركيبات استفاده مي كنيم :

$$C_r^n = \frac{n!}{r!(n-r)!}،$$

كه در آن n تعداد اعضاي مجموعه مادر و r تعداد اعضاي زير مجموعه هايي است كه ما مي خواهيم از اعضاي مجموعه مادر انتخاب كنيم .

در اينجا ما مي خواهيم تعداد زير مجموعه هاي دو عضوي مجموعه اي كه شامل 5 عضو است را پيدا كنيم . تعداد اين زير مجموعه ها عبارت است از :

$$\frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5\times4\times3!}{2!\times3!} = 10،$$

اما در اين مورد خاص ، بهتر است كه كليه تركيب هاي دو تايي را بنويسيم (چون تنها 5 نگهبان و 10 تركيب دو تايي داريم نوشتن تركيب هاي دو تايي كار سختي نيست) ، اين تركيب ها عبارتند از : ab,ac,ad,ae,bc,bd,be,cd,ce,de . در شب اول (دوشنبه) هر يك از تركيب هاي ذكر شده را مي توان استفاده كرد ، چون هنوز هيچ يك از نگهبان ها كار نكرده اند . اجازه بدهيد تركيب ab را براي نگهباني شب اول انتخاب كنيم . اين يعني كه هيچ يك از تركيبات شامل a يا b را نمي توان براي نگهباني شب سه شنبه انتخاب كرد ، پس 7 تركيب از 10 تركيب حذف مي شوند و ما براي نگهباني شب سه شنبه تنها از 3 تركيب cd,ce,de مي توانيم استفاده كنيم . اگر ما تركيب cd را براي شب سه شنبه انتخاب كنيم براي شب چهار شنبه از تركيباتي كه شامل c يا d هستند نمي توانيم استفاده كنيم پس براي انتخاب دو نگهبان شب چهارشنبه تنها 3 تركيب را مي توانيم انتخاب كنيم كه عبارتند از : ab,ae و be .

در اين لحظه داوطلبان زيرك در مي يابند كه براي هر شب غير از شب اول ، كه شامل شب يكشنبه هم مي شود ، براي انتخاب نگهبان ها از 3 تركيب دو تايي مي توان استفاده كرد .

داوطلباني كه در حل مسائل جي مت تبحر دارند بلافاصله پس از تعيين تعداد تركيب هاي دوتايي در مي يابند كه تعيين دو نگهبان براي هر شب ، 7 تركيب از 10 تركيب دو تايي موجود را براي نگهباني در شب بعد حذف مي كند و براي هر شب غير از شب اول تنها 3 تركيب دوتايي براي انتخاب نگهبان وجود خواهد داشت .

گزينه (4) پاسخ مسئله است .

Question 7

اندازه زواياي داخلي يك چند ضلعي اعداد صحيح متوالي است ، اگر اندازه كوچكترين زاويه 136 درجه باشد ، اين شكل چند ضلع دارد ؟

1) 8
2) 9
3) 10
4) 11
5) 13

Answer 7

ما گفتيم كه اندازه كوچكترين زاويه 136 درجه است . اگر اين شكل S ضلع داشته باشد ، اندازه بزرگترين زاويه شكل (S-1) درجه بيشتر از اندازه كوچكترين زاويه يعني 136 است .

ميانگين اعداد صحيح متوالي را مي توان به شكل زير تعريف كرد :

$$\text{ميانگين اعداد صحيح متوالي} = \frac{\text{كوچكترين عدد+بزرگترين عدد}}{2}$$

از اين فرمول و با توجه به اينكه ، (تعداد اعداد) × (ميانگين اعداد) = مجموع چند عدد ، مي توان مجموع اعداد صحيح متوالي را به شكل زير محاسبه كرد :

$$\text{مجموع اعداد صحيح متوالي} = \frac{\text{كوچكترين عدد+بزرگترين عدد}}{2} \times (\text{تعداد اعداد})$$

اندازه هاي زواياي اين شكل يك مجموعه S عضوي از اعداد صحيح متوالي را تشكيل مي دهند كه با استفاده از فرمول بالا داريم :

$$\text{مجموع زواياي چند ضلعي} = \frac{136+(136+(S-1))}{2} \times (S)$$

ما همچنين مي دانيم كه مجموع زواياي داخلي يك چند ضلعي برابر است با : $180 \times (S-2)$ ، كه S تعداد ضلع ها است .

بنابر اين براي شكل گفته شده در اين مسئله داريم :

$$180 \times (S-2) = \frac{136+(136+(S-1))}{2} \times (S)$$

با طرفين وسطين و ساده سازي مي توان اين رابطه را براي S حل كرد :

$$2 \times 180 \times (S-2) = \big(272 + (S-1)\big) \times S$$
$$\longrightarrow 360S - 720 = (271 + S) \times S$$
$$\longrightarrow 360S - 720 = 271S + S^2$$
$$\longrightarrow S^2 - 89S + 720 = 0$$

با نگاهي به گزينه هاي مسئله مي توان در يافت كه در تجزيه معادله فوق يكي از عبارات (S-8) ، (S-9) يا (S-10) بايد ظاهر شود . بر اين اساس و بر اساس اطلاعاتي كه در مورد اتحاد يك جمله مشترك داريد ، مي توانيد عبارت فوق را تجزيه كنيد كه مي شود : (S-9)(S-80)=0 . پس S=9 يا S=80 . اما S نمي تواند 80 باشد ، زيرا شكلي با زاويه هاي بيشتر از 180 درجه ايجاد مي كند . بنابراين S مساوي 9 است و شكل 9 ضلعي است .

پاسخ صحيح گزينه (2) است .

Question 8

رقم يكان حاصل عبارت روبرو چند است : $177^{28} - 133^{23}$.

1) 1
2) 3
3) 4
4) 6
5) 9

Answer 8

چون مسئله ، فقط در مورد رقم يكان از ما مي پرسد ، ما بايد به دنبال الگوهايي براي رقم يكان در هر يك از اعداد باشيم .

با 177^{28} شروع مي كنيم :

عبارت	177^1	177^2	177^3	177^4	177^5
رقم يكان	7	9	3	1	دوباره 7

چون اين الگو ادامه خواهد يافت ، پس رقم يكان 177^{28} عدد 1 خواهد بود .

اين روند را براي 133^{23} نيز تكرار مي كنيم و داريم :

عبارت	133^1	133^2	133^3	133^4	133^5
رقم يكان	3	9	7	1	دوباره 3

چون اين الگو ادامه خواهد يافت ، رقم يكان 133^{23} عدد 7 خواهد بود .

بنابراين در محاسبه عبارت $177^{28} - 133^{23}$ ، ما مي توانيم مشخص كنيم كه رقم يكان حاصل عبارت مساوي $(1 - 7)$ خواهد بود . اما چون 7 از 1 بزرگتر است ، براي اين تفريق لازم است يك واحد از دهگان انتقال داده شود ، پس ما $11 - 7$ داريم و رقم يكان عبارت 4 مي شود .

گزينه 3 صحيح است .

اما مشكلي كه در اينجا وجود دارد اين است كه براي بدست آوردن رقم يكان عددي مانند 133^5 آيا بايد حاصل عبارت را بدست آوريم ؟ خير ، براي اين كار از ميانبر زير استفاده كنيد .

ميانبر تعيين رقم يكان حاصلضرب اعداد

براي تعيين رقم يكان حاصلضرب چند عدد ، كافي است رقم يكان همه اعداد موجود در عبارت را در هم ضرب كنيم ، رقم يكان اين حاصلضرب ، رقم يكان عبارت اوليه خواهد بود .

براي فهم بهتر ، بصورت گام به گام با ما همراه شويد براي تعيين رقم يكان عدد 133^5 :

$133^5 = 133 \times 133 \times 133 \times 133 \times 133$،

رقم يكان عبارت فوق برابر است با رقم يكان عدد $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243$ ، يعني 3 .

لازم به تذكر است كه اين ميانبر را تنها براي تعيين رقم يكان مي توان به كار برد .

Question 9

علي و حسن هر كدام 10 دلار دارند ، آنها يك سكه را 5 بار پرتاب مي كنند ، در اين پرتاب ها هر بار كه سكه رو مي آيد علي 1 دلار به حسن مي دهد و هر بار كه سكه پشت بيايد حسن 1 دلار به علي مي دهد . بعد از 5 بار پرتاب سكه احتمال اينكه علي بيشتر از 10 دلار و كمتر از 15 دلار داشته باشد چقدر است ؟

1) $\frac{5}{16}$

2) $\frac{1}{2}$

3) $\frac{12}{30}$

4) $\frac{15}{32}$

5) $\frac{3}{8}$

Answer 9

بياييد امكان هاي متفاوت را در نظر بگيريم :

اگر همه پرتاب ها رو بيايد ، علي در پايان 15 دلار خواهد داشت .
اگر سكه در چهار بار پرتاب رو بيايد و در يك پرتاب پشت ، علي 13 دلار خواهد داشت .
اگر سكه در سه بار پرتاب رو بيايد و در دو پرتاب پشت ، علي 11 دلار خواهد داشت .
اگر سكه در دو بار پرتاب رو بيايد و در دو پرتاب پشت ، علي 9 دلار خواهد داشت .
اگر همه پرتاب ها پشت بيايد علي در پايان 5 دلار خواهد داشت .

مسئله از ما مي خواهد احتمال اينكه علي در پايان بيشتر از 10 دلار و كمتر از 15 دلار داشته باشد را بدست آوريم . به عبارت ديگر ما نياز داريم تعيين كنيم احتمال اينكه علي در پايان 11 دلار يا 13 دلار داشته باشد (چون به هيچ صورت علي نمي تواند در پايان 12 يا 14 دلار داشته باشد) .
احتمال اينكه علي پس از 5 بار پرتاب 11 دلار داشته باشد :

چون در هر پرتاب ما 2 امكان داريم (پشت يا رو) و در كل 5 پرتاب داريم ، تعداد كل نتايج ممكن $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ است . پس 5 با پرتاب سكه 32 نتيجه متفاوت را به ما خواهد داد .

براي تعيين احتمال اينكه علي پس از 5 بار پرتاب 11 دلار داشته باشد ، ما بايد مشخص كنيم كه چه تعداد از اين 32 نتيجه شامل تركيب 3 رو و 2 پشت است .

اگر P را پشت و R را رو بگيريم ما مي توانيم ليست منظمي از تركيبات كه شامل 3 رو و 2 پشت است را ايجاد كنيم : PRRRP, PRRPR, PRPRR, PPRRR, RPRRP, RPRPR, RPPRR, RRPRP, RRPPR, RRRPP كه اين تعداد 10 تا است .

براي سادگي كار به جاي ايجاد ليست فوق از روشي كه در پي مي آيد استفاده كنيد : ما هر يك از 5 پرتاب را مي توانيم 5 جايگشت در نظر بگيريم . اولين R را مي توان در هر يك از اين 5 جايگشت قرار داد پس 5 امكان براي قرار دادن اولين R وجود دارد ، براي قرار دادن دومين R ، 4 امكان وجود دارد (چون يكي از جايگشت ها را R اول پر كرده است) ، 3 امكان نيز براي قرار دادن R سوم داريم . پس $5 \times 4 \times 3 = 60$ امكان براي قرار دادن اين سه R در پنج جايگشت وجود دارد .

اما چون ما فقط تركيبات منحصر بفرد مي خواهيم ، اين تعداد بايد كاهش داده شود زيرا ما يك تركيب را چندين بار شمرده ايم . تركيب RRRPP را در نظر بگيريد ، اين تنها يك تركيب است كه در حقيقت 6 بار (!3) شمرده شده است به خاطر اينكه 6 راه براي مرتب سازي اين يك تركيب وجود دارد :

$R_1R_2R_3PP, R_1R_3R_2PP, R_2R_3R_1PP, R_2R_1R_3PP, R_3R_2R_1PP, R_3R_1R_2PP$،

اين 6 بار شمارش براي همه تركيبات شامل سه رو صادق است ، بنابراين $60 \div 6 = 10$ امكان براي آمدن سه بار رو و دو بار پشت وجود دارد . البته كليه گفته هاي فوق مفهوم تركيبات رياضي است و به جاي همه اين گفته ها مي توان گفت تعداد تركيبات منحصر بفردي كه در 5 بار پرتاب دقيقا شامل 3 رو است برابر است با : C_3^5 .

بنابراين 10 امكان وجود دارد كه علي در پايان 11 دلار داشته باشد .

احتمال اينكه علي پس از 5 بار پرتاب 13 دلار داشته باشد :

براي تعيين احتمال اينكه علي پس از 5 بار پرتاب 13 دلار داشته باشد ، ما بايد مشخص كنيم كه چه تعداد از اين 32 نتيجه شامل تركيب 4 رو و 1 پشت است .

همانند استدلال فوق ، ما $5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$ امكان براي قرار دادن اين چهار R در 5 جايگشت داريم كه بايد اين را به خاطر شمارش تكراري (overcounting) توسط !4 يا 24 كاهش داد . پس $120 \div 4 = C_4^5 = 5$ امكان وجود دارد كه علي در پايان 13 دلار داشته باشد .

احتمال اينكه علي در پايان 11 يا 13 دلار داشته باشد :

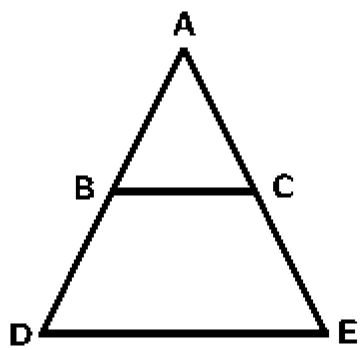
10 امكان وجود دارد كه علي در پايان 11 دلار داشته باشد و 5 امكان وجود دارد كه علي در پايان 13 دلار داشته باشد . بنابراين 15 امكان وجود دارد كه علي در پايان بيشتر از 10 و كمتر از 15 دلار داشته باشد.

قانون اول احتمالات : احتمال يك رخداد برابر است با تعداد نتايج مطلوب تقسيم بر تعداد كل نتايج ممكن.

چون تعداد كل نتايج ممكن 32 است پس پاسخ مسئله $\frac{15}{32}$ است .

گزينه (4) صحيح است .

Question 10



در شكل بالا AC=3 ، CE=x و BC با DE موازي است . اگر مسحت مثلث ABC $\frac{1}{12}$ مساحت مثلث ADE باشد ، آنگاه x برابر است با :

1) $6 + 2\sqrt{3}$
2) $12\sqrt{3} + 3$
3) 33
4) $10\sqrt{2}$
5) $6\sqrt{3} - 3$

Answer 10

از اينكه BC موازي DE است ، ما مي توانيم بفهميم كه زاويه ABC با زاويه BDE و زاويه ACB با زاويه CED برابر است . چون مثلث ABC و مثلث ADE دو زاويه مساوي دارند ، پس بايد متشابه باشند . مثلث هاي متشابه ، مثلث هايي هستند كه در آنها همه زاويه هاي نظير با هم برابرند و اضلاع متناظر نيز متناسب هستند .

قائده مثلث ABC را b و ارتفاع آن را h بگيريد .

چون دو مثلث ABC و ADE متشابه هستند ضريب تناسب m را در b و h ضرب مي كنيم تا قائده و ارتفاع مثلث ADE را به دست آوريم . پس قائده و ارتفاع مثلث ADE به ترتيب برابر است با : mb و mh .

چون مساحت يك مثلث برابر است با $\frac{\text{قائده}\times\text{ارتفاع}}{2}$ و چون مسئله به ما مي گويد كه مساحت مثلث ABC $\frac{1}{12}$ مساحت مثلث ADE است ، مي توان معادله مقايسه دو مساحت را به شكل زير نوشت :

$$\frac{b\times h}{2}=\frac{1}{12}\left(\frac{mb\times mh}{2}\right)،$$

معادله بالا را به شكل زير ساده مي كنيم :

$$bh=\frac{1}{12}mbmh،$$
$$\longrightarrow 12bh=m^2bh،$$
$$\longrightarrow 12=m^2\longrightarrow m=\sqrt{12}\longrightarrow m=2\sqrt{3}،$$

پس ما مشخص كرديم كه ضريب تناسب m برابر با $2\sqrt{3}$ است . بنابراين $AE=2\sqrt{3}AC$. چون در مسئله AC=3 داده شده است پس : $AE=(2\sqrt{3})3=6\sqrt{3}$.

مسئله از ما x را مي خواهد كه برابر است با طول AE منهاي طول AC .

بنابراين $x=AE-AC=6\sqrt{3}-3$.

گزينه (5) صحيح است .

Question 11

مدير يك رستوران متوجه شده است كه 60% مشتري هاي امروز دسر را همراه با قهوه سفارش داده اند . اما 20% مشتري هايي كه دسر سفارش داده اند قهوه سفارش ندادند . احتمال اينكه مشتري بعدي دسر سفارش ندهد چقدر است ؟

1) 20%
2) 25%
3) 40%
4) 60%
5) 75%

Answer 11

همان طور كه قبلا هم گفتيم بهترين راه براي حل چنين مسئله اي تشكيل ماتريس است . از آنجا كه تعداد كل مشتري ها مشخص نيست و در حل مسئله هم تاثيري ندارد . شما با فرض 100 مشتري مسئله را حل كنيد . چون در اين مسئله با درصد كار داريد اين فرض باعث مي شود كه محاسبات آسانتر شود .

ماتريسي مانند شكل زير ايجاد كنيد :

	سفارش دسر	**سفارش ندادن دسر**	**كل**
سفارش قهوه			
سفارش ندادن قهوه			
كل			**100**

چون مي دانيد كه 60% مشتري ها هم قهوه و هم دسر را سفارش داده اند ، اين عدد را در جدول وترد مي كنيم :

	دسر	**بدون دسر**	**كل**
قهوه	**60**		
بدون قهوه			
كل			100

اطلاعات بعدي اين است كه 20% كساني كه دسر سفارش داده اند ، قهوه نخواسته اند **. اما مراقب باشيد!** مسئله نمي گويد كه 20% كل مشتري ها سفارش دسر داده اند ولي سفارش قهوه خير .
پس شما نمي توانيد عدد 20 را در خانه "دسر ، بدون قهوه" (سطرسوم و ستون دوم) جدول قرار دهيد .
زيرا به شما گفته شده كه **20% كساني كه دسر سفارش داده اند** قهوه سفارش نداده اند .

تعداد كل كساني كه دسر سفارش داده اند را x بگيريد . در اين حالت شما عدد 0.2x تعداد كساني است كه دسر سفارش داده اند اما قهوه نه .

	سفارش دسر	**سفارش ندادن دسر**	**كل**
سفارش قهوه	60		
سفارش ندادن قهوه	**0.2x**		
كل	**x**		100

حالا مي توانيد يك معادله ايجاد كنيد و تعداد كل كساني كه دسر سفارش داده اند را به دست آوريد.

$$60 + 0.2x = x \rightarrow 60 = 0.8x \rightarrow x = 75$$،

75% كل مشتريان اين رستوران دسر سفارش داده اند ، بنابراين احتمال اينكه مشتري بعدي دسر سفارش ندهد فقط 25% است .

گزينه (2) صحيح است .

Question 12

x سال پيش سن حسن يك پنجم سن علي بوده است . x سال بعد سن علي دو برابر سن حسن خواهد شد . در حال حاضر نسبت سن حسن به سن علي چقدر است ؟

1) 7:23
2) 9:17
3) 5:13
4) 3:7
5) 11:15

Answer 12

از جدول زير براي دنبال كردن سن علي و حسن در طول زمان استفاده مي كنيم :

	x سال قبل	اكنون	x سال بعد
سن حسن	H-x	H	H+x
سن علي	A-x	A	A+x

براي نمايش اطلاعاتي كه در مسئله داده شده است از عبارات جبري استفاده مي كنيم :

x سال پيش سن حسن يك پنجم سن علي بوده است .	x سال بعد سن علي دو برابر سن حسن خواهد شد .
5(H-x)=A-x 5H-5x=A-x 5H-A=4x (I)	2(H+x)=A+x 2H+2x=A+x A-2H=x

در معادله (I) عبارت A-2H را به جاي x جايگزين مي كنيم :

$$5H-A=4(A-2H),$$
$$\longrightarrow 5H-A=4A-8H,$$
$$\longrightarrow 13H=5A,$$
$$\longrightarrow \frac{H}{A}=\frac{5}{13},$$

پاسخ صحيح گزينه (3) است .

Question 13

اگر x حاصلجمع همه اعداد مثبت سه رقمي باشد كه با ارقام غير صفر و متفاوت a ، b و c ساخته مي شوند ، بزرگترين عدد صحيحي را بيابيد كه به ازاي هر a و b و c ، x بر آن بخش پذير است ؟

1) 3
2) 6
3) 11
4) 22
5) 222

Answer 13

تعداد ارقام سه رقمي متفاوتي كه با استفاده از ارقام a ، b و c مي توان ساخت برابر !3 يا 6 است :

abc acb bac bca cab cba

مقدار هر عدد را مي توان با استفاده از ارزش مكاني ارقام آن بدست آورد . براي مثال ، مقدار عدد abc برابر است با : 100a+10b+c .

بنابراين شما مي توانيد مجموع اين 6 عدد را به شكل زير به دست آوريد :

$$\begin{array}{rrr} 100a + & 10b + & c \\ 100a + & b + & 10c \\ 10a + & 100b + & c \\ a + & 100b + & 10c \\ 10a + & b + & 100c \\ a + & 10b + & 100c \\ \hline \end{array}$$

$$222a + 222b + 222c = 222(a+b+c)$$

x برابر است با 222(a+b+c) . بنابراين x بر 222 بخش پذير است .

گزينه (5) صحيح است .

Question 14

احتمال اينكه در طول زمستان برف نبارد 10 در صد است و احتمال اينكه در طول زمستان مدرسه ها تعطيل نشوند 20 در صد است . بيشترين احتمال اينكه در زمستان برف ببارد و مدرسه ها هم تعطيل شوند چقدر است ؟

1) 55%
2) 60%
3) 70%
4) 72%
5) 80%

Answer 14

شايد شما شديدا وسوسه شويد كه براي حل اين مسئله در ابتدا احتمال باريدن برف (90%) و احتمال تعطيل شدن مدارس (80%) را پيدا كنيد و سپس اين دو احتمال را در هم ضرب كنيد . اين روش پاسخ نادرستي به شما خواهد داد (72%) ، گزينه (4) .

ضرب احتمالات رخدادهاي مجزا تنها در صورتي امكان پذير است كه شما بدانيد اين رخدادها مستقل از هم هستند . اين اصل درمورد اين مسئله صدق نمي كند . در واقع ، ما مي دانيم كه تعطيل شدن مدارس و باريدن برف ، تا حدي ، به هم وابسته اند . اما كاملا به هم وابسته نيستند ، يعني اين امكان وجود دارد كه يكي ار آنها اتفاق بيفتد بدون اينكه ديگري رخ دهد . بنابراين درجه وابستگي اين دو پيشامد معلوم نيست ، از اينرو به جاي اينكه يك احتمال معين داشته باشيم بسته به ميزان وابستگي دو رخداد به هم يك محدوده از احتمالات را داريم كه بزرگترين عدد اين محدوده پاسخ مسئله است .

ماتريسي مانند شكل زير ايجاد كنيد ، احتمال تعطيل نشدن مدارس و احتمال نيامدن برف را در خانه هاي مربوط جاگذاري كنيد .

	تعطيل شدن مدارس	**تعطيل نشدن مدارس**	**كل**
باريدن برف			
نباريدن برف			**10**
كل		**20**	**100**

سپس با استفاده از تفريق احتمال باريدن برف و تعطيل شدن مدارس را به دست آوريد :

	تعطيل شدن مدارس	تعطيل نشدن مدارس	كل
باريدن برف			**90**
نباريدن برف			10
كل	**80**	20	100

براي به دست آوردن بيشترين احتمال اينكه برف ببارد و مدرسه ها تعطيل شوند ، خانه هاي باقي مانده جدول را طوري پر كنيد كه خانه مربوط به اين احتمال (سطردوم و ستون دوم) بيشترين مقدار را داشته باشد :

	تعطيل شدن مدارس	تعطيل نشدن مدارس	كل
باريدن برف	**80**	**10**	90
نباريدن برف	**0**	**10**	10
كل	80	20	100

بيشترين احتمال اينكه برف ببارد و مدرسه ها هم تعطيل شوند 80% است .

گزينه (5) صحيح است .

Question 15

در يك كلاس تعداد y دانشجو وجود دارد ، در نظر خواهي براي تعيين محل اردوي فارغ التحصيلي ، هر دانشجو از بين n محل تعيين شده مي تواند يك محل را انتخاب كند . احتمال اينكه هر y نفر يك محل را انتخاب كنند چقدر است ؟

1) $\frac{1}{n!}$

2) $\frac{\mathrm{n}}{n!}$

3) $\frac{1}{n^y}$

4) $\frac{1}{n^{y-1}}$

5) $\frac{\mathrm{n}}{y^n}$

Answer 15

آسانترين راه براي حل اين مسئله انتخاب مقدار براي y و n است . فرض كنيد كه 3 دانشجوي A ، B و C در كلاس داريم و دو محل (1 و 2) براي انتخاب تعيين شده باشد . ما مي توانيم امكان هاي متفاوت را به شكل زير ترسيم كنيم .

محل 2	محل 1
	ABC
C	AB
B	AC
A	BC
BC	A
AC	B
AB	C
ABC	

بنابراين 8 انتخاب وجود دارد و در 2 تا از آنها همه دانشجويان يك محل را انتخاب كرده اند . پس احتمال مورد نظر 2/8 يا ¼ است . با جايگذاري y=3 و n=2 در هر يك از گزينه ها ، مي بينيد كه **تنها گزينه (4) صحيح است .**

براي اينكه در جايگذاري سريعتر به جواب برسيد از شگرد حل پسرو استفاده كنيد . به اين شكل كه براي جايگذاري اعداد در گزينه ها از گزينه آخر شروع كنيد و به سمت گزينه اول حركت كنيد . ديده شده است كه در آزمون GMAT اين شيوه در 70% موارد سريعتر از حل پيشرو ما را به جواب مي رساند .

راه حل دوم :

بنا به گفته مسئله مي دانيم كه هر دانشجو مي تواند يكي از n محل تعيين شده را انتخاب كند و انتخاب ها مستقل از هم هستند يعني انتخاب يك دانشجو بر انتخاب دانشجوي ديگر تاثيري ندارد . پس براي هر دانشجو n انتخاب وجود دارد و بر طبق اصل ضرب براي y دانشجو n^y نتيجه ممكن وجود دارد .

اصل ضرب : تعداد راههايي كه در آنها رخداد هاي مستقل مي توانند با هم اتفاق بيفتند برابر است با حاصلضرب تعداد نتايج ممكن براي هر رخداد .

نتايج مطلوب نتايجي هستند كه در آنها همه دانشجويان يك محل را انتخاب كرده باشند . چون n محل تعيين شده داريم پس n نتيجه مطلوب داريم .

بنابراين بر اساس قانون اول احتمالات : $\frac{\text{تعداد نتایج مطلوب}}{\text{کل نتایج ممکن}} =$ احتمال . احتمال مورد نظر مسئله برابر است با:

$$p = \frac{n}{n^y} = \frac{1}{n^{y-1}} ،$$

گزينه (4) صحيح است .

سوالات حل مساله کنکور 86

1. نرخ بازده سرمايه گذاري در صورتي كه سود ناخالص سرمايه گذاري برابر 2.53 واحد ارزشي و دارايي خالص برابر 26.21 واحد ارزشي باشد ، چند درصد خواهد بود ؟

1) 8.99 2) 9 3) 9.69 4) 9.70

2. بهاي كالايي را يكبار 20 درصد و بار ديگر 30 درصد افزايش مي دهيم . پس از آن بهاي آن را 10 در صد كاهش مي دهيم . در واقع چند درصد به بهاي كالا افزوده ايم ؟

1) 40.4 2) 44 3) 50 4) 131.4

3. علي 1/4 پول خود را سهام خريده و 1/3 باقيمانده آن را به دوستش قرض داده و دو كامپيوتر 1,250,000 توماني خريده است و در نهايت 500 دلار براي او باقي مانده است . حال چند درصد كل پول براي او باقي مانده است ؟

1) 14.2 2) 15.1 3) 16.8 4) 21

4. سود هر سهم يك شركت سهامي ، 700 ريال است . انتظار مي رود سهام شركت به قيمتي معادل 8 برابر سود آن به فروش برسد ، بر اين اساس قيمت بازار هر سهم چند ريال خواهد بود ؟

1) 5,000 2) 5,400 3) 5,600 4) 6,000

5. اگر تابع $f(x)=ax^2+b$ باشد و بدانيم كه $f(3)+f(5)=f(6)$ است ، آنگاه كدام رابطه صحيح است ؟

1) $a^2=b^2$ 2) $a^2=4b^2$ 3) $b^2=4a^2$ 4) $b^2=9a^2$

6. اگر m و n اعداد صحيح بوده و $(2m+5n)=100$ باشد ، آنگاه كدام عبارت صحيح مي باشد ؟

1) $\frac{m}{2}+\frac{n}{2}$ 2) $\frac{m}{2}+\frac{n}{5}$ 3) $\frac{m}{5}+\frac{n}{2}$ 4) $\frac{m}{5}+\frac{n}{5}$

7. اگر 1/3 بشكه اي در x ساعت پر شود ، 3 ساعت پس از آن چه كسري از بشكه خالي خواهد ماند ؟

1) $\frac{2x-3}{3x}$ 2) $\frac{3x}{2x-3}$ 3) $\frac{3x}{2x+3}$ 4) $\frac{3x-2}{2x}$

8. يك جايگاه پمپ بنزين دولتي هر ليتر بنزين را به قيمت 24 ريال خريداري مي كند (قيمت تمام شده خريد 24 ريال فرض شده) و آن را به قيمت هر ليتر 30 ريال مي فروشد . اين پمپ بنزين در هر ماه هزينه هاي ثابتي را به شرح زير متحمل مي شود :

كرايه حمل	6,000 ريال
هزينه آب و برق وتلفن	1,500 ريال
مزد كارگر	21,840 ريال
هزينه هاي متفرقه ثابت	6,660 ريال
جمع كل هزينه ثابت	36,000 ريال

اگر كرايه حمل دو برابر شود ، چند ليتر بايد به فروش رود تا حاصل عمل سربه سر شود ؟

1) 6,000 2) 6,500 3) 7,000 4) 7,500

پاسخ سوالات حل مساله کنکور 86

1. **پاسخ گزينه (3) است .** $9.65 = \frac{2.53}{26.21} = \frac{\text{سود خالص}}{\text{دارايي}} =$ نرخ بازده سرمايه گذاري

2. اين نوع سوالات از سوالات مورد علاقه طراحان آزمون هاي *GMAT* است . چندين روش براي حل اين نوع مسائل وجود دارد که سريعترين آن استفاده از روش تستي زير است :
اگر عددي را يکبار *x%* و سپس *y%* زياد کنيم ، اختلاف عدد حاصل و عدد اوليه $\Delta= \left(x + y + {}^{xy}/_{100}\right)\%$ مي شود . البته لازم به ذکر است که اگر به جاي افزايش دادن ، *y%* کاهش دهيم علامت *y* را در فرمول منفي مي کنيم ، براي *x* هم به همين شکل است . اگر علامت Δ منفي بود عدد حاصل نسبت به عدد اوليه کاهش يافته و اگر مثبت بود عدد بدست آمده نسبت به عدد اوليه افزايش داشته است .

اگر بهاي اوليه را *p* بگيريم و ابتدا 20 وسپس 30 درصد آن را زياد کنيم بر اساس فرمول فوق 56% به قيمت اوليه اضافه مي شود . قيمت در اين حالت *1.56p* است . اکنون بايد 10% اين مقدار را کم کنيم که مي شود : *(1.56p-0.156p=1.404p)* . پس به قيمت اوليه 40.4 درصد اضافه شده است . **پس پاسخ گزينه (1) است .**

مي توانيد از تعميم فرمول فوق نيز استفاده کنيد . اگر عددي را ابتدا *x%* ، بار بعد *y%* و بار سوم *z%* اضافه کنيم ، اختلاف عدد حاصل و عدد اوليه خواهد بود : $\left(x + y + z + \frac{xy}{100} + \frac{xz}{100} + \frac{yz}{100} + \frac{xyz}{100^2}\right)$.

3. صورت سوال اشتباه است .

4. طبق گفته مسئله قيمت بازار هر سهم 8 برابر سود يك سهم است پس پاسخ مسئله 8(700)=5,600 است . يعني گزينه (3) پاسخ سوال است .

5.
f(6)=f(5)+f(3) $\longrightarrow$ f(6)=36a+b f(5)=25a+b f(3)=9a+b
36a+b=25a+b+9a+b
پس *2a=b* و از آنجا *b²=4a²* . **پاسخ گزينه (3) است .**

6. کافي است دو طرف معادله داده شده در صورت سوال را به 10 تقسيم کنيد :
با تقسيم 100=(2m+5n) بر 10 داريم : $\frac{m}{5} + \frac{n}{2} = 10$.

7. ابتدا با استفاده از تناسب زير محاسبه مي کنيم که پس از 3 ساعت چه کسري از بشکه پر شده است .

$$\begin{array}{cc} 1/3 & x \\ ? & x+3 \end{array}$$

، از اينجا در مي يابيم که پس از 3 ساعت $\frac{x+3}{3x}$ از بشکه پر مي شود . مقدار خالي مانده عبارت است از : $\frac{2x-3}{3x} = 1 - \frac{x+3}{3x}$. **پس گزينه (1) پاسخ سوال است .**

8. بدست آوردن نقطه سر به سر در اقتصاد فرمول دارد اما اگر نخواهيم خود را درگير اين فرمول ها کنيم من از تعريف اين نقطه براي حل مسئله استفاده مي کنم .

هزينه هاي جايگاه شامل هزينه هاي ثابت به علاوه هزينه خريد بنزين است . فرض کنيد جايگاه هيچ گونه سودي نمي کند ، در اين حالت سود حاصل از فروش بنزين هزينه هاي ثابت را تامين مي کند ، اين نقطه را نقطه سر به سر گويند . با دو برابر شدن هزينه حمل و نقل ، هزينه هاي ثابت جايگاه

42000 ريال مي شود ، مي دانيم سود حاصل از فروش هر ليتر بنزين 6 ريال است پس بايد جايگاه 7000 ليتر بنزين بفروشد تا به نقطه سر به سر برسد . **گزينه (3) پاسخ صحيح است .**